atomTIC Modelos atómicos con TIC

Contexto Histórico (IV)
La cantidad de movimiento lineal de la luz
(Física de Halliday Resnick)

En el libro de Física de Halliday Resnick el proceso de razonamiento que conduce al establecimiento de la hipótesis de De Broglie es una auténtica reconstrucción histórica que se puede rastrear a lo largo de tres referencias tres referencias.

La comprobación experimental de los efectos producidos por la cantidad de movimiento lineal de la luz, según la predicción de la teoría de Maxwell, se comenta en el artículo 40-2 que se reproduce íntegro a continuación

40-2 Energía y cantidad de movimiento

Las ondas electromagnéticas transportan energía del Sol a la Tierra o de una hoguera a una mano que se coloque cerca. El transporte de energía mediante una de estas ondas en el espacio libre quedó descrito en el Art. 39-6 por el vector de Poynting **S**, o sea,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E}\times\mathbf{B}, \qquad (40\text{–}1)$$

siendo **E** y **B** los valores instantáneos de los vectores del campo magnético y eléctrico.

Es menos conocido el hecho de que las ondas electromagnéticas pueden transportar también cantidad de movimiento lineal. En otras palabras, es posible ejercer una presión (*una presión de radiación**) sobre un objeto dirigiendo luz contra él. Estas fuerzas son sin duda pequeñas con relación a las fuerzas de nuestra experiencia cotidiana porque ordinariamente no las notamos. La primera medición de la presión de radiación fue hecha en 1901-1903 por Nichols y Hull en los Estados Unidos y por Lebedev en Rusia, aproximadamente 30 años después de que Maxwell había predicho teóricamente la existencia de tales efectos.

Consideremos un haz de luz paralelo que cae sobre un objeto durante un tiempo t, de tal manera que la luz incidente sea *totalmente absorbida* por el objeto. Si durante este tiempo es absorbida una cantidad de energía U, la cantidad de movimiento p aplicada

* Véase "Radiation Pressure", G. E. Henry, *Scientific American*, Pág. 99, junio de 1957.

al objeto está dada, de acuerdo con la predicción de Maxwell, por la fórmula:

$$p = \frac{U}{c} \qquad \text{(absorción total)}, \qquad (40\text{-}2a)$$

siendo c la velocidad de la luz. La dirección de $\mathbf{p}$ es la dirección del haz incidente. Si la energía luminosa U *se refleja íntegramente*, la cantidad de movimiento proporcionada será del doble de la indicada anteriormente, o sea:

$$p = \frac{2U}{c} \qquad \text{(reflexión total)}. \qquad (40\text{-}2b)$$

De la misma manera, un objeto recibe una cantidad de movimiento doble cuando choca contra él una pelota de tenis perfectamente elástica, que cuando recibe el golpe de una bola perfectamente inelástica de la misma masa y velocidad. Si la energía luminosa U es parcialmente reflejada y parcialmente absorbida, la cantidad de movimiento recibida estará comprendida entre U/c y $2U/c$.

▶ EJEMPLO 1. Un haz de luz paralelo que tiene un flujo de energía S de 10 watts/cm² incide durante una hora sobre un espejo plano perfectamente reflector de 1.0 cm² de área. (*a*) ¿Qué cantidad de movimiento se aplica al espejo en este tiempo? y (*b*) ¿Qué fuerza obra sobre el espejo?

(*a*) La energía que se refleja del espejo es:

$$U = (10 \text{ watts/cm}^2)\,(1.0 \text{ cm}^2)\,(3\,600 \text{ seg}) = 3.6 \times 10^4 \text{ joules}.$$

La cantidad de movimiento aplicada después de una hora de iluminación es:

$$p = \frac{2U}{c} = \frac{(2)(3.6 \times 10^4 \text{ joules})}{3 \times 10^8 \text{ m/seg}} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ kg-m/seg}.$$

(*b*) De acuerdo con la segunda ley de Newton, la fuerza media sobre el espejo es igual a la rapidez media con la cual se le aplica la cantidad de movimiento, o sea,

$$\mathbf{F} = \frac{p}{t} = \frac{2.4 \times 10^{-4} \text{ kg-m/seg}}{3\,600 \text{ seg}} = 6.7 \times 10^{-8} \text{ N}.$$

Esta es una fuerza pequeña. ◀

Nichols y Hull midieron, en 1903, presiones de radiación y comprobaron la Ec. 40-2 siguiendo una técnica de balanza de torsión. Dirigieron un haz de luz sobre un espejo M de la Fig. 40-3; la presión de radiación hacía que el brazo de la balanza girara un ángulo θ que se medía torciendo la fibra de torsión F. Partiendo de una calibración adecuada de su fibra de torsión, los experimentadores pudieron llegar a un valor numérico para esta presión. Nicholls y Hull midieron la intensidad de su haz de luz haciéndolo llegar a un disco metálico ennegrecido de absortividad conocida y midiendo la elevación de temperatura de ese disco. En una cierta serie de observaciones estos experimentadores midieron una presión de radiación de 7.01×10^{-6} N/m^2; valor en excelente acuerdo con el valor predicho para su haz de luz, que según la Ec. 40-2 tenía que ser de 7.05×10^{-6} N/m^2. Considerando una área de espejo de 1 cm^2, el valor medido representa una fuerza sobre el espejo de sólo 7×10^{-10} N, aproximadamente 100 veces menor que la fuerza calculada en el Ej. 1.

El éxito del experimento de Nichols y Hull se debió, en gran parte, al cuidado que tomaron para eliminar efectos deflectores perturbadores causados por cambios en la distribución de velocidades de las moléculas en el gas que rodea al espejo. Estos cambios eran producidos por la pequeña elevación de temperatura del espejo al absorber energía luminosa del haz incidente. Este "efecto de radiómetro" es el causante de la rotación de los conocidos juguetes llamados radiómetros cuando se colocan a la luz del sol. En un vacío perfecto no ocurrirían tales efectos, pero en los mejores vacíos que se podían efectuar en 1903 existían efectos de radiómetro y tenían que tomarse en cuenta específicamente al idear el experimento.

Para demostrar el transporte de cantidad de movimiento a partir de las ecuaciones de Maxwell en un caso particular, consideremos una onda electromagnética plana que avanzando en la dirección de las z incide sobre una gran lámina delgada de material de alta resistividad como se muestra en la Fig. 40-4. Una pequeña parte de la energía incidente será absorbida dentro de la lámina, pero la mayor parte de ella será transmitida si la lámina es suficientemente delgada.*

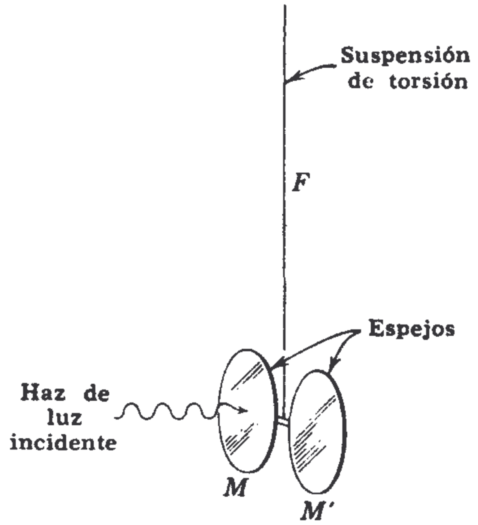

FIG 40-3

La onda incidente **E** y **B** varía con el tiempo de acuerdo con las siguientes expresiones:

* Algo de la energía incidente se reflejará también, pero la onda reflejada es de intensidad tan reducida que podemos pasarla por alto en la derivación que presentamos; véase *Optics* por B. Rossi, Addison-Wesley Publishing Company, Pág. 411, 1957, del cual se ha adaptado esta derivación.

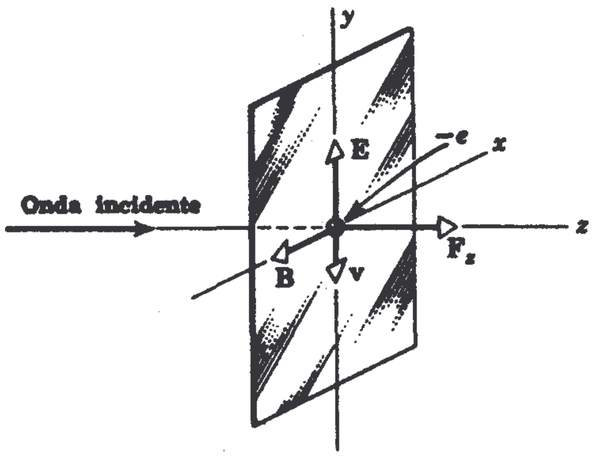

Fig. 40-4. Una onda plana incidente de luz llega a un electrón situado en una lámina conductora delgada. Se muestran en la figura los valores instantáneos de **E**, de **B**, la velocidad del electrón **v**, y la fuerza de radiación $\mathbf{F}_z$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \operatorname{sen} \omega t \tag{40–3}$$

y

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_m \operatorname{sen} \omega t, \tag{40–4}$$

en las cuales **E** está en la dirección del eje de las y y **B** en la dirección del eje de las x.

En el Art. 31-4 vimos que el efecto de una fuerza eléctrica (constante) ($= -eE$) sobre un electrón de conducción en un metal era hacerlo que se moviera con una velocidad de arrastre v_d (constante). El electrón se comporta como si estuviera sumergido en un fluido viscoso, estando la fuerza eléctrica que obra sobre él contrarrestada por una fuerza "viscosa" que puede considerarse como proporcional a la velocidad del electrón. Así pues, para un campo constante E, después de que se establece el equilibrio,

$$eE = bv_d, \tag{40-5}$$

siendo b un coeficiente de amortiguamiento por resistencia. La velocidad de equilibrio del electrón es, quitando el índice d,

$$v = \frac{eE}{b}. \tag{40–6}$$

Si el campo eléctrico aplicado varía con el tiempo y si la variación es suficientemente lenta, la velocidad del electrón puede reajustarse continuamente al valor cambiante de E de tal manera que su velocidad sigue estando dada esencialmente por su valor de equilibrio (Ec. 40-6) en todo momento. Estos reajustes se hacen mucho más aprisa conforme más viscoso es el medio, así como una piedra que cae en el aire alcanza su velocidad constante de equilibrio al descenso con relativa lentitud, mientras que una que cae en aceite viscoso la alcanza rápidamente. Suponemos que la lámina en la Fig. 40-4 es tan viscosa, esto es, que su resistividad es tan elevada, que la Ec. 40-6 sigue siendo válida aun para las rápidas oscilaciones de E en el haz de luz incidente.

Como el electrón vibra paralelamente al eje de las y, experimenta una *segunda* fuerza debida a la componente *magnética* de la onda. Esta fuerza $\mathbf{F}_z$ ($= -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$) apunta en la dirección de las z, siendo perpendicular al plano formado por **v** y **B**, esto es, al plano x-y. La magnitud instantánea de $\mathbf{F}_z$ está dada por la expresión:

$$F_z = evB = \frac{e^2EB}{b}. \tag{40–7}$$

$\mathbf{F}_z$ apunta siempre en la dirección positiva de las z porque **v** y **B** invierten sus direcciones simultáneamente; esta fuerza es, de hecho, el mecanismo por el cual obra la presión de radiación sobre la lámina de la Fig. 40-4.

De la segunda ley de Newton, F_z es la rapidez dp_e/dt con la cual la onda incidente aplica cantidad de movimiento a cada electrón en la lámina, o sea,

$$\frac{dp_e}{dt} = \frac{e^2EB}{b}. \tag{40–8}$$

Se aplica cantidad de movimiento con esta rapidez a cada electrón de la lámina y por consiguiente a la lámina misma. Falta relacionar la transmisión de cantidad de movimiento a la lámina con la absorción de energía dentro de la lámina.

La componente del campo eléctrico de la onda incidente hace trabajo sobre cada electrón oscilante con una rapidez instantánea dada por la expresión (véase la Ec. 40-6):

$$\frac{dU_e}{dt} = F_E v = (eE)\left(\frac{eE}{b}\right) = \frac{e^2E^2}{b}.$$

Nótese que la fuerza magnética $\mathbf{F}_z$, como es siempre perpendicular al vector velocidad **v**, no hace trabajo sobre el electrón oscilante. La Ec. 39-11*b* establece que para una onda plana en el espacio libre, B y E están relacionadas así:

$$E = Bc.$$

Sustituyendo en la expresión anterior este valor en lugar de *una* de las E, se obtiene:

$$\frac{dU_e}{dt} = \frac{e^2EBc}{b}. \tag{40–9}$$

Esta ecuación representa la rapidez instantánea, por electrón, con la cual la lámina absorbe energía de la onda incidente.

Comparando las Ecs. 40-8 y 40-9 se encuentra que

$$\frac{dp_e}{dt} = \frac{1}{c}\frac{dU_e}{dt}.$$

Integrando resulta: $$\int_0^t \frac{dp_e}{dt}\,dt = \frac{1}{c}\int_0^t \frac{dU_e}{dt}\,dt,$$

o sea, $$p_e = \frac{U_e}{c}, \tag{40–10}$$

siendo p_e la cantidad de movimiento aplicada a un solo electrón en un tiempo dado cualquiera t y U_e es la energía absorbida por ese electrón en el mismo intervalo de tiempo. Multiplicando ambos miembros por el número de electrones libres de la lámina se llega a la Ec. 40-2*a*.

Aun cuando obtuvimos esta relación (Ec. 40-10) para una cierta clase de absorbente, no quedan ningunas características del absorbente —por ejemplo, el coeficiente de resistencia por amortiguamiento *b*— en la expresión final. Así es como debía resultar, puesto que la Ec. 40-10 es una propiedad de la radiación absorbida por *cualquier* material.

Para la explicación del efecto Compton, en el artículo 47-6, la formula de la cantidad de movimiento lineal del fotón se presenta como una cuantización de la cantidad de movimiento Maxweliana (en todo caso coherente con la mecánica relativista).

Apliquemos ahora la ley (vectorial) de conservación de cantidad de movimiento lineal al choque de la Fig. 47-11. En primer lugar necesitamos una expresión para la cantidad de movimiento de un fotón. En el Art. 40-2 vimos que, si un objeto absorbe completamente una energía U de un haz de luz paralela que le llega, el haz de luz, de acuerdo con la teoría ondulatoria de la luz, simultáneamente aplicará al objeto una cantidad de movimiento lineal dada por U/c. De acuerdo con la idea del fotón, imaginamos que esta cantidad de movimiento es transportada por los fotones individuales, de modo que cada fotón transporta una cantidad de movimiento lineal de valor $p = h\nu/c$, siendo $h\nu$ la energía del fotón. Así pues, si sustituimos λ por c/ν podemos escribir:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \qquad (47\text{–}14)$$

Esta conclusión, de que la cantidad de movimiento de un fotón está dada por h/λ, se puede deducir también de la teoría de la relatividad.

Tanto en la Teoría de Maxwell como en la Teoría del Fotón, la luz tiene energía y cantidad de movimiento. La diferencia entre ambas teorías consiste en se comporta la luz al intercambiar energía y cantidad de movimiento con las partículas materiales. Según la Teoría de Maxwell la luz se comporta de forma continua y según la Teoría del Fotón se comporta de forma discreta.

El razonamiento de De Broglie presentado en el artículo 48-1 (cuyo inicio se reproduce a continuación), utiliza la expresión antes deducida.

ONDAS Y PARTICULAS

CAPITULO 48

48-1 Ondas de materia

En 1924, el físico francés Louis de Broglie hizo los siguientes razonamientos: (*a*) la naturaleza es sorprendentemente simétrica de muchas maneras; (*b*) nuestro universo observable está compuesto totalmente de luz y de materia; (*c*) teniendo en cuenta la dualidad onda-partícula de la luz, quizá también la materia goce de esta dualidad. Ya que entonces se consideraba a la materia como compuesta de partículas, el razonamiento de de Broglie sugirió que debía investigarse si la materia se comportaba como ondas.

La sugerencia de de Broglie quizá no hubiera recibido seria atención si él no hubiera predicho cuál debía ser la longitud de onda que era de esperarse a las llamadas ondas de materia. Recordemos que en 1680, Huygens propuso una teoría ondulatoria de la luz que no recibió aceptación general, en parte porque Huygens no pudo precisar cuál era la longitud de onda de la luz. Cuando Thomas Young rectificó este defecto en 1800, comenzó a aceptarse la teoría ondulatoria.

De Broglie supuso que la longitud de onda de las ondas de materia predichas debería estar dada por la misma relación aplicable a la luz, o sea, la Ec. 47-14, esto es,

$$\lambda = \frac{h}{p}, \tag{48-1}$$